3.13 – EXERCÍCIO – pg. 93

1 - Se $f(x)=\dfrac{3x+|x|}{7x-5|x|}$, calcule:

(a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x+x}{7x-5x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4\cancel{x}}{2\cancel{x}}=2$.

(b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-x}{7x+5x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2\cancel{x}}{12\cancel{x}}=\dfrac{1}{6}$.

2 – Se $f(x)=\dfrac{1}{(x+2)^2}$, calcule

(a) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{1}{(x+2)^2}=+\infty$.

(b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{(x+2)^2}=0$.

Nos exercícios 3 a 40 calcule os limites.

3 - $\lim\limits_{x\to+\infty}(3x^3+4x^2-1)=+\infty$.

4 - $\lim\limits_{x\to\infty}\left(2-\dfrac{1}{x}+\dfrac{4}{x^2}\right)=2-0+0=2$.

5 – Usando o exemplo 3.12.5*(x)*, vem $\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{t+1}{t^2+1}=\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{t}{t^2}=0$.

6 - $\lim\limits_{t\to-\infty}\dfrac{t+1}{t^2+1}=0$.

7 - $\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{t^2-2t+3}{2t^2+5t-3}=\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{t^2}{2t^2}=\dfrac{1}{2}$.

8 - $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^5-3x^3+2}{-x^2+7}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^5}{-x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}-2x^3=-\infty$.

9 - $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x^5-x^2+7}{2-x^2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x^5}{-x^2}=\lim\limits_{x\to-\infty}-3x^3=+\infty$.

10 - $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-5x^3+2}{7x^3+3} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-5x^3}{7x^3} = \dfrac{-5}{7}$.

11 - $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2+3x+1}{x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2}{x} = +\infty$.

12 - $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x\sqrt{x}+3x-10}{x^3} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\dfrac{\cancel{x}\sqrt{x}}{x^{\cancel{3}2}} + \dfrac{3\cancel{x}}{x^{\cancel{3}2}} - \dfrac{10}{x^3}}{\dfrac{x^3}{x^3}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\dfrac{1}{x\sqrt{x}} + \dfrac{3}{x^2} - \dfrac{10}{x^3}}{1} = 0$.

13 - $\lim\limits_{t\to+\infty} \dfrac{t^2-1}{t-4} = \lim\limits_{t\to+\infty} \dfrac{t^2}{t} = +\infty$.

14 - $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x(2x-7\cos x)}{3x^2-5senx+1} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2-7x\cos x}{3x^2-5senx+1} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2(2-7\cos x/x)}{x^2(3-5senx/x^2+1/x^2)} = \dfrac{2}{3}$, já que

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\cos x}{x} = 0$ e $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{senx}{x^2} = 0$.

15 - $\lim\limits_{v\to+\infty} \dfrac{v\sqrt{v}-1}{3v-1} = \lim\limits_{v\to+\infty} \dfrac{v(\sqrt{v}-1/v)}{v(3-1/v)} = +\infty$.

16 - $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{\dfrac{x^2}{x^2}+\dfrac{1}{x^2}}}{\dfrac{x}{x}+\dfrac{1}{x}} = 1$.

17 - $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{-\sqrt{x^2}}}{\dfrac{x+1}{x}} \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-\sqrt{\dfrac{x^2}{x^2}+\dfrac{1}{x^2}}}{\dfrac{x}{x}+\dfrac{1}{x}} = -1$.

18 - $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2+1-x^2+1}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2-1}} = \dfrac{2}{\infty} = 0$.

19 - $\lim\limits_{x\to+\infty} x(\sqrt{x^2-1}-x) = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x(\sqrt{x^2-1}-x)(\sqrt{x^2-1}+x)}{\sqrt{x^2-1}+x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x(x^2-1-x^2)}{\sqrt{x^2-1}+x} =$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{-\frac{x}{x}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2} - \frac{1}{x^2}} + \frac{x}{x}} = -\frac{1}{2}.$$

20 - $\lim\limits_{x\to+\infty} (\sqrt{3x^2+2x+1} - \sqrt{2}x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x^2+2x+1-2x^2}{\sqrt{3x^2+2x+1} + \sqrt{2}x} =$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{x^2}{x^2} + \frac{2x}{x^2} + \frac{1}{x^2}}{\sqrt{\frac{3x^2}{x^{\cancel{4}\,2}} + \frac{2\cancel{x}}{x^{\cancel{4}\,3}} + \frac{1}{x^4}} + \frac{\sqrt{2}\cancel{x}}{x^2}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1+0+0}{\sqrt{0+0+0}+0} = \frac{1}{0} = +\infty.$$

21 - $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{10x^2-3x+4}{3x^2-1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{10x^2}{3x^2} = \dfrac{10}{3}.$

22 - $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^3-2x+1}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^3}{x^2} = -\infty.$

23 - $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{5x^3-x^2+x-1}{x^4+x^3-x+1} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{5x^3}{x^4} = 0.$

24 - $\lim\limits_{s\to+\infty} \dfrac{8-s}{\sqrt{s^2+7}} = \lim\limits_{s\to+\infty} \dfrac{\frac{8}{s} - \frac{s}{s}}{\sqrt{\frac{s^2}{s^2} + \frac{7}{s^2}}} = \dfrac{-1}{\sqrt{1}} = -1.$

25 - $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{2x^2-7}}{x+3} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-\sqrt{\frac{2x^2}{x^2} - \frac{7}{x^2}}}{\frac{x}{x} + \frac{3}{x}} = \dfrac{-\sqrt{2-0}}{1+0} = -\sqrt{2}.$

26 - $\lim\limits_{x\to+\infty} (\sqrt{16x^4+15x^3-2x+1} - 2x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{16x^4+15x^3-2x+1-4x^2}{\sqrt{16x^4+15x^3-2x+1} + 2x}$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{16 + \frac{15}{x} - \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x^4} - \frac{4}{x^2}}{\sqrt{\frac{16}{x^4} + \frac{15}{x^5} - \frac{2x}{x^7} + \frac{1}{x^8}} + \frac{2}{x^3}} = \frac{16}{0} = +\infty.$$

27 - $\lim\limits_{s\to+\infty}\sqrt[3]{\dfrac{3s^7-4s^5}{2s^7+1}}=\sqrt[3]{\lim\limits_{s\to+\infty}\dfrac{3s^7}{2s^7}}=\sqrt[3]{\dfrac{3}{2}}$.

28 - $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{2x^2-7}}{x+3}=+\sqrt{2}$.

29 - $\lim\limits_{y\to+\infty}\dfrac{3-y}{\sqrt{5+4y^2}}=\lim\limits_{y\to+\infty}\dfrac{\dfrac{3}{y}-\dfrac{y}{y}}{\sqrt{\dfrac{5}{y^2}+\dfrac{4y^2}{y^2}}}=\dfrac{0-1}{\sqrt{0+4}}=\dfrac{-1}{2}$.

30 - $\lim\limits_{y\to-\infty}\dfrac{3-y}{\sqrt{5+4y^2}}=\lim\limits_{y\to-\infty}\dfrac{\dfrac{3}{y}-1}{-\sqrt{\dfrac{5}{y^2}+4}}=\dfrac{1}{2}$.

31 - $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{x}{x-3}=\dfrac{3}{0^+}=+\infty$.

32 - $\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{x}{x-3}=\dfrac{3}{0^-}=-\infty$.

33 - $\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{x}{x^2-4}=\dfrac{2}{0^+}=+\infty$.

34 - $\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{x}{x^2-4}=\dfrac{2}{0^-}=-\infty$.

35 - $\lim\limits_{y\to6^+}\dfrac{y+6}{y^2-36}=\dfrac{12}{0^+}=+\infty$.

36 - $\lim\limits_{y\to6^-}\dfrac{y+6}{y^2-36}=\dfrac{12}{0^-}=-\infty$.

37 - $\lim\limits_{x\to4^+}\dfrac{3-x}{x^2-2x-8}=\dfrac{-1}{0^+}=-\infty$.

38 - $\lim\limits_{x\to4^-}\dfrac{3-x}{x^2-2x-8}=\dfrac{-1}{0^-}=+\infty$.

39 - $\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{1}{|x-3|}=\dfrac{1}{0^+}=+\infty$.

40 - $\lim_{x \to 3^+} \dfrac{1}{|x-3|} = \dfrac{1}{0^+} = +\infty$.